

Exámenes de Selectividad

Física. Andalucía 2022, Extraordinaria

mentoor.es



Pregunta A. Opción 1. Campo Gravitatorio

- a) Deduzca la expresión de la energía mecánica de un satélite de masa m que orbita a una altura h de la superficie de un planeta de masa M y radio R . Exprese el resultado en función de m , M , R y h .
- b) Un bloque de 2 kg asciende con una velocidad inicial de 8 m s^{-1} por un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal hasta detenerse momentáneamente. A continuación, el bloque desciende hasta llegar al punto de partida. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,2. Determine mediante consideraciones energéticas:
- la altura máxima a la que llega el bloque.
 - la velocidad con la que regresa el bloque al punto de partida.

Dato: $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$

Solución:

- a) Deduzca la expresión de la energía mecánica de un satélite de masa m que orbita a una altura h de la superficie de un planeta de masa M y radio R . Exprese el resultado en función de m , M , R y h .

La energía mecánica (E_{mec}) de un satélite en órbita es la suma de su energía cinética (E_c) y su energía potencial gravitatoria (E_p):

$$E_{\text{mec}} = E_c + E_p.$$

La energía cinética (E_c) es:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2,$$

donde v es la velocidad orbital del satélite. Para un satélite en órbita circular, la fuerza centrípeta necesaria para mantener la órbita es proporcionada por la fuerza gravitatoria:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}.$$

Simplificando:

$$v^2 = \frac{GM}{r} = \frac{GM}{R+h}.$$

Entonces, la energía cinética es:

$$E_c = \frac{1}{2}m \cdot \frac{GM}{R+h} = \frac{GMm}{2(R+h)}.$$

La energía potencial gravitatoria (E_p) es:

$$E_p = -\frac{GMm}{r},$$

donde G es la constante de gravitación universal y r es la distancia desde el centro del planeta hasta el satélite. Dado que el satélite está a una altura h sobre la superficie del planeta de radio R , la distancia r es:

$$r = R + h.$$

Así,

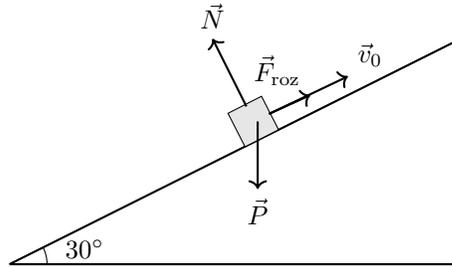
$$E_{\text{mec}} = \frac{GMm}{2(R+h)} - \frac{GMm}{R+h} = -\frac{GMm}{2(R+h)}.$$

Por lo tanto, la energía mecánica del satélite es $E_{\text{mec}} = -\frac{GMm}{2(R+h)}$.

- b) Un bloque de 2 kg asciende con una velocidad inicial de 8 m s^{-1} por un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal hasta detenerse momentáneamente. A continuación, el bloque desciende hasta llegar al punto de partida. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,2. Determine mediante consideraciones energéticas:
- la altura máxima a la que llega el bloque.

Tenemos que:

- * Masa del bloque: $m = 2 \text{ kg}$.
- * Velocidad inicial: $v_0 = 8 \text{ m/s}$.
- * Ángulo del plano: $\theta = 30^\circ$.
- * Coeficiente de rozamiento: $\mu = 0,2$.
- * Aceleración debido a la gravedad: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.



La energía cinética inicial es:

$$E_{c,i} = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ kg} \cdot (8 \text{ m/s})^2 = 64 \text{ J}.$$

La energía potencial en la máxima altura es:

$$E_{p,f} = mgh.$$

La fuerza de rozamiento (F_r) es:

$$F_r = \mu \cdot N = \mu \cdot mg \cos \theta = 0,2 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \cos 30^\circ = 3,39 \text{ N}.$$

El trabajo realizado por el rozamiento al ascender hasta la altura h es:

$$W_r = -F_r \cdot d,$$

donde d es la distancia recorrida por el bloque en el plano inclinado. Relacionamos d con h usando el ángulo θ :

$$h = d \sin \theta \quad \Rightarrow \quad d = \frac{h}{\sin \theta}.$$

Entonces,

$$W_r = -F_r \cdot \frac{h}{\sin \theta}.$$

Aplicando el principio de la conservación de la energía mecánica:

$$E_{c,i} + E_{p,i} + W_r = E_{c,f} + E_{p,f},$$

donde $E_{p,i} = 0$ (el bloque parte del suelo) y $E_{c,f} = 0$ (el bloque se detiene momentáneamente). Así,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_0^2 - F_r \cdot \frac{h}{\sin \theta} &= mgh. \\ 64 \text{ J} - 3,39 \text{ N} \cdot \frac{h}{0,5} &= 2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot h. \end{aligned}$$

$$64 \text{ J} - 6,78 \text{ N} \cdot h = 19,6 \text{ J} \cdot h \quad \Rightarrow \quad h = \frac{64}{26,38} = 2,43 \text{ m}.$$

Por lo tanto, la altura máxima a la que llega el bloque es 2,43 m.

ii. la velocidad con la que regresa el bloque al punto de partida.

Consideramos el descenso del bloque desde la altura máxima $h = 2,43 \text{ m}$ hasta el punto de partida. La energía potencial inicial en la altura máxima es:

$$E_{p,i} = mgh = 2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 2,43 \text{ m} = 47,63 \text{ J}.$$

La energía cinética final al llegar al punto de partida resulta:

$$E_{c,f} = \frac{1}{2}mv^2.$$

El trabajo realizado por el rozamiento durante el descenso es:

$$W_r = -F_r \cdot d,$$

donde d es la distancia recorrida en el plano inclinado durante el descenso:

$$d = \frac{h}{\sin \theta} = \frac{2,43 \text{ m}}{0,5} = 4,86 \text{ m}.$$

Así,

$$W_r = -3,39 \text{ N} \cdot 4,86 \text{ m} = -16,48 \text{ J}.$$

Aplicando el principio de la conservación de la energía mecánica:

$$E_{p,i} + W_r = E_{c,f}.$$

$$47,63 \text{ J} - 16,48 \text{ J} = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ kg} \cdot v^2.$$

$$31,15 \text{ J} = v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{31,15} = 5,58 \text{ m/s}.$$

Por lo tanto, la velocidad con la que regresa el bloque al punto de partida es aproximadamente 5,58 m/s.

Pregunta A. Opción 2. Campo Gravitatorio

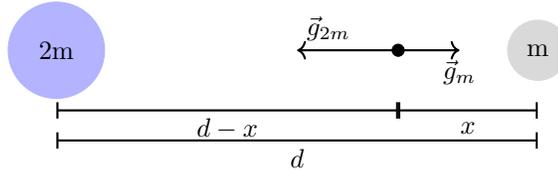
- a) Dos cuerpos de masas m y $2m$ están separados una distancia d . Razone, con la ayuda de un esquema, si se anula el campo o el potencial gravitatorio en algún punto del segmento que los une.
- b) Dos masas iguales de 2 kg están situadas en los puntos A(1,0) m y B(-1,0) m.
- Calcule la fuerza gravitatoria sobre una tercera masa M de 1 kg situada en el punto C(0,1) m.
 - Determine el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria cuando la masa M se desplaza hasta el origen de coordenadas.

Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

Solución:

- a) Dos cuerpos de masas m y $2m$ están separados una distancia d . Razone, con la ayuda de un esquema, si se anula el campo o el potencial gravitatorio en algún punto del segmento que los une.

Tenemos que:



El *campo gravitatorio* es una magnitud vectorial que depende de la dirección y magnitud de las fuerzas ejercidas por las masas. Por otro lado, el *potencial gravitatorio* es una magnitud escalar que se suma algebraicamente sin considerar la dirección.

Aplicando el *principio de superposición*, el campo gravitatorio total en un punto P a una distancia x de la masa m es:

$$\vec{g}_{\text{total}} = \vec{g}_m + \vec{g}_{2m},$$

donde

$$\vec{g}_m = G \cdot \frac{m}{x^2} \cdot \vec{i}, \quad \vec{g}_{2m} = -G \cdot \frac{2m}{(d-x)^2} \cdot \vec{i}.$$

Buscamos un punto x donde el campo gravitatorio total se anule:

$$\vec{g}_m + \vec{g}_{2m} = 0.$$

$$G \cdot \frac{m}{x^2} \cdot \vec{i} - G \cdot \frac{2m}{(d-x)^2} \cdot \vec{i} = 0.$$

$$\frac{m}{x^2} = \frac{2m}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{2}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{d-x}{x} = \sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{d}{1+\sqrt{2}}.$$

El potencial gravitatorio total en un punto P es la suma de los potenciales individuales:

$$V_{\text{total}} = V_m + V_{2m},$$

donde

$$V_m = -G \cdot \frac{m}{x}, \quad V_{2m} = -G \cdot \frac{2m}{d-x}.$$

Como el potencial es una magnitud escalar, nunca se anula en ningún punto del segmento que une las dos masas.

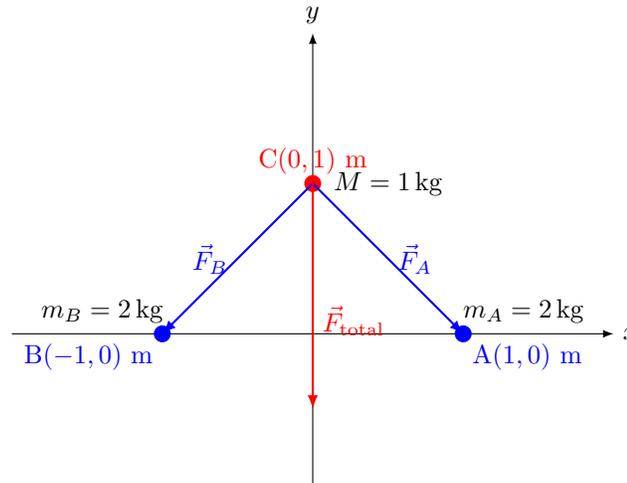
Por lo tanto, el campo gravitatorio se anula para $x = \frac{d}{1+\sqrt{2}}$ y no existe ningún punto en el segmento que une las dos masas donde se anule el potencial gravitatorio.

- b) Dos masas iguales de 2 kg están situadas en los puntos A(1,0) m y B(-1,0) m.
 i. Calcule la fuerza gravitatoria sobre una tercera masa M de 1 kg situada en el punto C(0,1) m.

Tenemos que:

- * Masa de cada punto: $m = 2$ kg.
- * Masa de M: $M = 1$ kg.
- * Constante gravitacional: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.
- * Posiciones:

$$A(1, 0) \text{ m}, \quad B(-1, 0) \text{ m}, \quad C(0, 1) \text{ m}.$$



La fuerza gravitatoria de la masa en A sobre M es:

$$\vec{F}_A = -G \cdot \frac{mM}{r_A^2} \cdot \vec{r}_A,$$

donde r_A es la distancia entre A y C, y \vec{r}_A es el vector unitario desde A hacia C:

$$r_A = \sqrt{(1-0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \text{ m}, \quad \vec{r}_A = \frac{(-1, 1)}{\sqrt{2}} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right).$$

Entonces,

$$\begin{aligned} \vec{F}_A &= -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 1}{(\sqrt{2})^2} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2}{2} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \\ &= -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \left(6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}, -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \text{ N} \\ &= 4,72 \cdot 10^{-11} \vec{i} - 4,72 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ N}. \end{aligned}$$

La fuerza gravitatoria de la masa en B sobre M es:

$$\vec{F}_B = -G \cdot \frac{mM}{r_B^2} \cdot \vec{r}_B,$$

donde r_B es la distancia entre B y C, y \vec{r}_B es el vector unitario desde B hacia C:

$$r_B = \sqrt{(-1-0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \text{ m} \quad \vec{r}_B = \frac{(1, 1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right).$$

Entonces,

$$\begin{aligned}\vec{F}_B &= -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 1}{(\sqrt{2})^2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2}{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \\ &= -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \left(-6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}, -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \text{ N} \\ &= -4,72 \cdot 10^{-11} \vec{i} - 4,72 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ N}.\end{aligned}$$

La fuerza gravitatoria total sobre M es:

$$\vec{F}_{\text{total}} = \vec{F}_A + \vec{F}_B = 4,72 \cdot 10^{-11} \vec{i} - 4,72 \cdot 10^{-11} \vec{j} - 4,72 \cdot 10^{-11} \vec{i} - 4,72 \cdot 10^{-11} \vec{j} = -9,44 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ N}.$$

Por lo tanto, la fuerza gravitatoria sobre la masa M en el punto $C(0, 1)$ m es $\vec{F}_{\text{total}} = -9,44 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ N}$.

- ii. Determine el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria cuando la masa M se desplaza hasta el origen de coordenadas.

Sabemos que el trabajo viene dado por:

$$W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

Dado que la fuerza gravitatoria es conservativa, el trabajo realizado depende solo de las posiciones inicial y final:

$$W = E_{p,C} - E_{p,O},$$

donde E_p es la energía potencial gravitatoria:

$$E_p = -G \cdot \frac{mM}{r},$$

con r siendo la distancia entre las masas. Se tiene entonces que

$$E_{p,C} = -G \cdot \frac{m_A M}{r_{AC}} - G \cdot \frac{m_B M}{r_{BC}},$$

donde:

$$\begin{aligned}r_{AC} &= \sqrt{(1-0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \text{ m}, \\ r_{BC} &= \sqrt{(-1-0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \text{ m}.\end{aligned}$$

Así,

$$E_{p,C} = -G \cdot \frac{2 \cdot 1}{\sqrt{2}} - G \cdot \frac{2 \cdot 1}{\sqrt{2}} = -2G \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - 2G \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -4G \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{4G}{\sqrt{2}} = -1,88 \cdot 10^{-10} \text{ J}.$$

Además,

$$E_{p,O} = -G \cdot \frac{m_A M}{r_{AO}} - G \cdot \frac{m_B M}{r_{BO}},$$

donde:

$$\begin{aligned}r_{AO} &= \sqrt{(1-0)^2 + (0-0)^2} = 1 \text{ m}, \\ r_{BO} &= \sqrt{(-1-0)^2 + (0-0)^2} = 1 \text{ m}.\end{aligned}$$

Entonces,

$$E_{p,O} = -G \cdot \frac{2 \cdot 1}{1} - G \cdot \frac{2 \cdot 1}{1} = -4G = -2,668 \cdot 10^{-10} \text{ J}.$$

El trabajo realizado es:

$$W = E_{p,C} - E_{p,O} = (-1,88 \cdot 10^{-10}) - (-2,668 \cdot 10^{-10}) = 7,8 \cdot 10^{-11} \text{ J.}$$

Por lo tanto, el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria al desplazar la masa M desde el punto $C(0,1)$ m hasta el origen es $7,8 \cdot 10^{-11}$ J.

Pregunta B. Opción 1. Campo Electromagnético

- a) Un protón, un electrón y un neutrón entran con igual velocidad en un campo magnético uniforme perpendicular a la velocidad. Explique con la ayuda de un esquema la trayectoria seguida por cada partícula.
- b) Un protón que parte del reposo es acelerado mediante una diferencia de potencial de $1,5 \cdot 10^4$ V. Posteriormente, penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 12 T. Determine razonadamente:
- el radio de curvatura de la trayectoria que describe el protón.
 - el periodo de revolución.

Datos: $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C

Solución:

- a) Un protón, un electrón y un neutrón entran con igual velocidad en un campo magnético uniforme perpendicular a la velocidad. Explique con la ayuda de un esquema la trayectoria seguida por cada partícula.

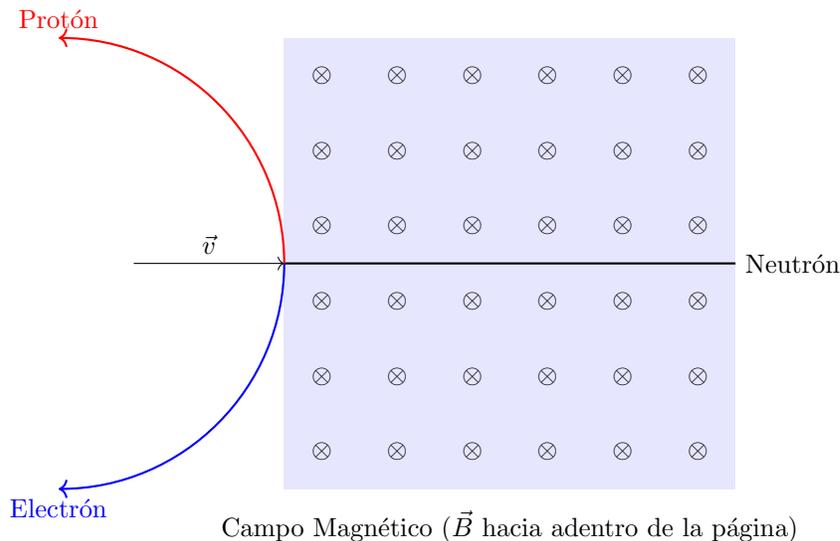
La fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada en movimiento en un campo magnético uniforme está dada por la Ley de Lorentz:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}),$$

donde:

- q es la carga de la partícula.
- \vec{v} es la velocidad de la partícula.
- \vec{B} es el campo magnético.

Dado que el campo magnético es perpendicular a la velocidad de las partículas, la fuerza magnética será perpendicular tanto a \vec{v} como a \vec{B} , resultando en una trayectoria circular para las partículas cargadas. Sin embargo, el neutrón, al no tener carga ($q = 0$), no experimenta fuerza magnética y continúa su movimiento en línea recta uniforme (MRU).



- *Neutrón:* Al no tener carga eléctrica ($q = 0$), el neutrón no experimenta fuerza magnética y, por lo tanto, continúa su trayectoria en línea recta uniforme (MRU).
- *Protón y Electrón:* Ambas partículas cargadas experimentan una fuerza magnética perpendicular a su velocidad, lo que las obliga a describir trayectorias circulares (Movimiento Circular Uniforme, MCU). La dirección de la fuerza depende del signo de la carga:

- * *Protón* ($q > 0$): Describe una MCU en sentido antihorario.
- * *Electrón* ($q < 0$): Describe una MCU en sentido horario.
- *Radio de Curvatura*: El radio de la trayectoria circular está dado por:

$$R = \frac{mv}{|q|B},$$

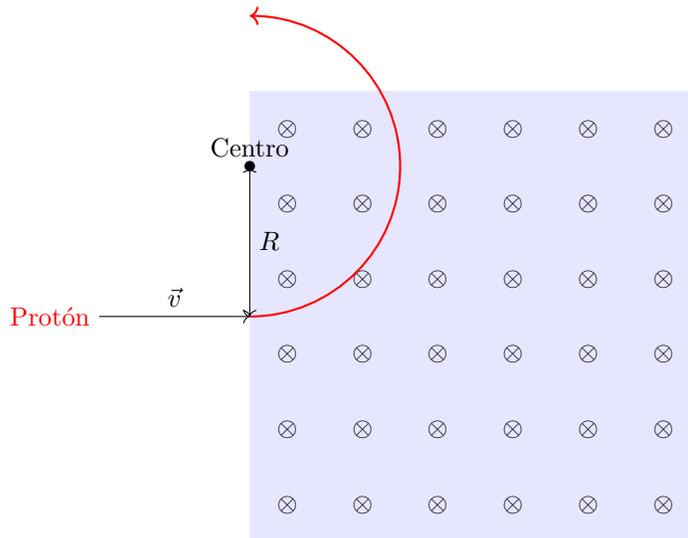
donde m es la masa de la partícula, v su velocidad, q su carga y B la magnitud del campo magnético.

Por lo tanto, el neutrón sigue una trayectoria rectilínea, mientras que el protón y el electrón describen trayectorias circulares con radios de curvatura diferentes debido a sus masas y cargas distintas.

- b) Un protón que parte del reposo es acelerado mediante una diferencia de potencial de $1,5 \cdot 10^4$ V. Posteriormente, penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 12 T. Determine razonadamente:
- i. el radio de curvatura de la trayectoria que describe el protón.

Tenemos que:

- * Masa del protón: $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg.
- * Carga del protón: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.
- * Diferencia de potencial: $V = 1,5 \cdot 10^4$ V.
- * Campo magnético: $B = 12$ T.
- * Constante gravitacional: G (no necesaria en este cálculo).



Campo Magnético (\vec{B} hacia adentro de la página)

El protón parte del reposo y es acelerado mediante una diferencia de potencial V . La energía cinética adquirida es igual a la energía eléctrica suministrada:

$$\frac{1}{2}m_p v^2 = eV.$$

Despejando v :

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m_p}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,5 \cdot 10^4 \text{ V}}{1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 1,68 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$

El radio de curvatura es:

$$R = \frac{m_p v}{eB}.$$

Sustituyendo los valores:

$$R = \frac{1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 1,68 \cdot 10^6 \text{ m/s}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 12 \text{ T}} = 1,49 \text{ mm}.$$

Por lo tanto, el radio de curvatura de la trayectoria del protón es 1,49 mm.

ii. el periodo de revolución.

La relación entre el periodo T y el radio de curvatura R está dada por:

$$T = \frac{2\pi R}{v}.$$

Sustituyendo los valores calculados:

$$T = \frac{2\pi \cdot 1,49 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{1,68 \cdot 10^6 \text{ m/s}} = 5,57 \cdot 10^{-9} \text{ s}.$$

Por lo tanto, el periodo de revolución del protón es $5,57 \cdot 10^{-9}$ segundos.

Pregunta B. Opción 2. Campo Electromagnético

- a) Una espira conductora circular gira alrededor de uno de sus diámetros con velocidad angular constante en una región donde hay un campo magnético uniforme perpendicular al eje de rotación. Razone qué le ocurre al valor de la máxima f.e.m. inducida en la espira si:
- se duplica el radio de la espira.
 - se duplica el periodo de rotación.
- b) Una bobina circular de 75 espiras de 0,03 m de radio está dentro de un campo magnético cuyo módulo aumenta a ritmo constante de 4 a 10 T en 4 s, y cuya dirección forma un ángulo de 60° con el eje de la bobina.
- Calcule la f.e.m. inducida en la bobina y razone, con la ayuda de un esquema, el sentido de la corriente inducida.
 - Si la bobina pudiera girarse, razone cómo debería orientarse para que no se produjera corriente, y para que esa corriente fuera la mayor posible.

Solución:

- a) Una espira conductora circular gira alrededor de uno de sus diámetros con velocidad angular constante en una región donde hay un campo magnético uniforme perpendicular al eje de rotación. Razone qué le ocurre al valor de la máxima f.e.m. inducida en la espira si:
- se duplica el radio de la espira.

Según la Ley de Faraday-Lenz, la f.e.m. inducida (\mathcal{E}) en una espira que gira en un campo magnético uniforme está dada por:

$$\mathcal{E} = N \cdot B \cdot A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t),$$

donde:

- * N es el número de espiras (para una sola espira, $N = 1$).
- * B es la magnitud del campo magnético.
- * A es el área de la espira.
- * ω es la velocidad angular.
- * t es el tiempo.

El área A de la espira circular es:

$$A = \pi R^2,$$

donde R es el radio de la espira. Entonces, la f.e.m. máxima (\mathcal{E}_{\max}) es:

$$\mathcal{E}_{\max} = N \cdot B \cdot \pi R^2 \cdot \omega.$$

Si se duplica el radio de la espira ($R' = 2R$), el área se convierte en:

$$A' = \pi(2R)^2 = 4\pi R^2.$$

Así, la nueva f.e.m. máxima (\mathcal{E}'_{\max}) será:

$$\mathcal{E}'_{\max} = N \cdot B \cdot \pi(2R)^2 \cdot \omega = 4N \cdot B \cdot \pi R^2 \cdot \omega = 4\mathcal{E}_{\max}.$$

Por lo tanto, al duplicar el radio de la espira, la f.e.m. máxima inducida se cuadruplica ($\mathcal{E}'_{\max} = 4\mathcal{E}_{\max}$).

- se duplica el periodo de rotación.

La velocidad angular (ω) está relacionada con el periodo (T) por:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

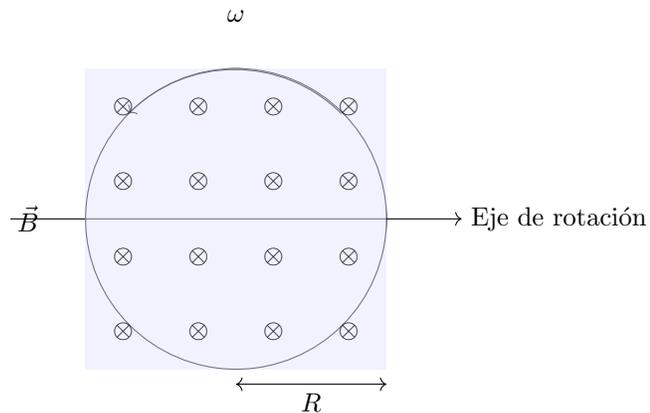
Si se duplica el periodo ($T' = 2T$), la nueva velocidad angular será:

$$\omega' = \frac{2\pi}{T'} = \frac{2\pi}{2T} = \frac{\pi}{T} = \frac{1}{2}\omega.$$

Dado que la f.e.m. máxima inducida es directamente proporcional a la velocidad angular ($\mathcal{E}_{\max} \propto \omega$), al reducir ω a la mitad, la f.e.m. máxima también se reduce a la mitad:

$$\mathcal{E}'_{\max} = \frac{1}{2}\mathcal{E}_{\max}.$$

Por lo tanto, al duplicar el periodo de rotación, la f.e.m. máxima inducida se reduce a la mitad ($\mathcal{E}'_{\max} = \frac{1}{2}\mathcal{E}_{\max}$).



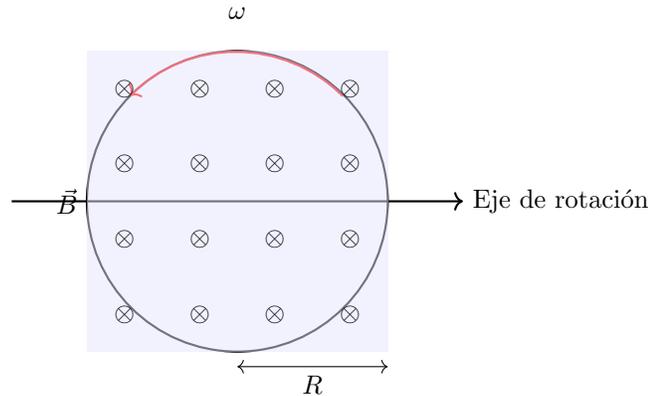
- b) Una bobina circular de 75 espiras de 0,03 m de radio está dentro de un campo magnético cuyo módulo aumenta a ritmo constante de 4 a 10 T en 4 s, y cuya dirección forma un ángulo de 60° con el eje de la bobina.
- i. Calcule la f.e.m. inducida en la bobina y razone, con la ayuda de un esquema, el sentido de la corriente inducida.

Según la Ley de Faraday-Lenz, la f.e.m. inducida (\mathcal{E}) en una bobina es:

$$\mathcal{E} = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

donde:

- * N es el número de espiras,
- * $\Delta\Phi$ es el cambio en el flujo magnético,
- * Δt es el intervalo de tiempo.



El flujo magnético (Φ) a través de una espira es:

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos(\theta),$$

donde:

- * B es la magnitud del campo magnético,
- * A es el área de la bobina,
- * θ es el ángulo entre el campo magnético y el eje de la bobina.

Dado que la bobina tiene 75 espiras y un radio de 0,03 m, el área total (A_{total}) es:

$$A_{\text{total}} = N \cdot \pi R^2 = 75 \cdot \pi \cdot (0,03)^2 = 0,212 \text{ m}^2.$$

El cambio en el flujo magnético ($\Delta\Phi$) cuando B aumenta de 4 T a 10 T es:

$$\Delta\Phi = (B_f - B_i) \cdot A \cdot \cos(\theta) = (10 - 4) \cdot \pi(0,03)^2 \cdot \cos(60^\circ) = 0,00848 \text{ Wb}.$$

La f.e.m. inducida es:

$$\mathcal{E} = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -75 \cdot \frac{0,00848}{4} = -0,159 \text{ V}.$$

Según la Ley de Lenz, la corriente inducida genera un campo magnético que se opone al cambio en el flujo magnético que la produce. Dado que el campo magnético está aumentando, la corriente inducida intentará generar un campo que disminuya el flujo, es decir, en dirección opuesta al campo magnético original. Si el campo inducido debe ser opuesto al campo magnético creciente, la corriente inducida en la bobina será en sentido antihorario visto desde la dirección del campo magnético.

Por lo tanto, la f.e.m. inducida en la bobina es 0,159 V y la corriente inducida circula en sentido antihorario para oponerse al aumento del campo magnético.

- ii. Si la bobina pudiera girarse, razone cómo debería orientarse para que no se produjera corriente, y para que esa corriente fuera la mayor posible.

Sabemos que la f.e.m. inducida en una bobina está dada por:

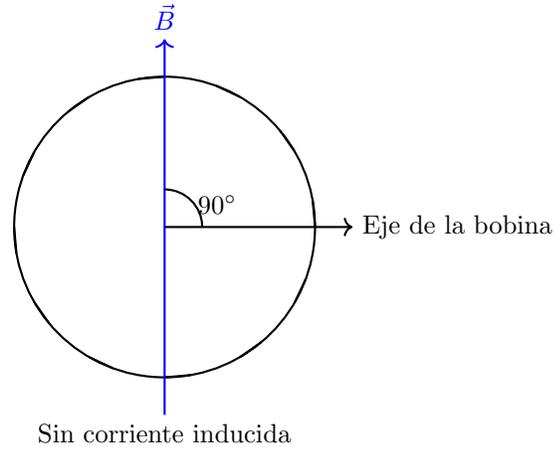
$$\mathcal{E} = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot \cos(\theta),$$

donde θ es el ángulo entre el campo magnético y el eje de la bobina. Para que no se produzca corriente ($\mathcal{E} = 0$):

$$\cos(\theta) = 0 \Rightarrow \theta = 90^\circ.$$

Es decir, la bobina debe estar orientada de manera que su eje sea perpendicular al campo magnético. De esta forma, el flujo magnético no cambia, y no se induce corriente.

Por otro lado, para que se induzca la corriente máxima:



$$\cos(\theta) = 1 \Rightarrow \theta = 0^\circ.$$

La bobina debe estar orientada de manera que su eje sea paralelo al campo magnético. En esta orientación, cualquier cambio en el campo magnético produce el máximo cambio en el flujo, resultando en la mayor f.e.m. inducida.

Por lo tanto, para que no se produzca corriente, la bobina debe estar orientada de manera que su eje sea perpendicular al campo magnético ($\theta = 90^\circ$). Para que la corriente inducida sea la mayor posible, la bobina debe estar orientada de manera que su eje sea paralelo al campo magnético ($\theta = 0^\circ$).

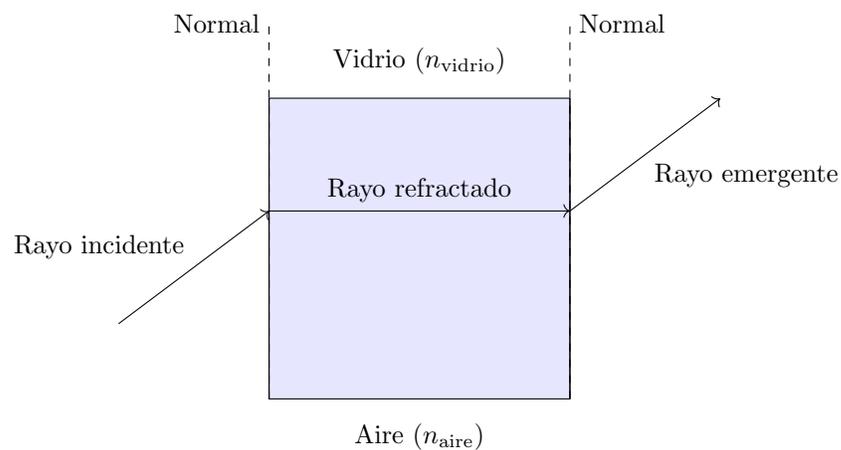
Pregunta C. Opción 1. Ondas

- a) Un rayo de luz monocromática se propaga por el aire e incide formando un ángulo de incidencia θ sobre una lámina de vidrio de caras planas y paralelas. El rayo atraviesa la lámina, se propaga por el vidrio y sale nuevamente al aire.
- Dibuje un esquema de la trayectoria que sigue el rayo en el proceso descrito.
 - Analice su velocidad, longitud de onda y frecuencia a lo largo del camino citado.
- b) Un rayo de luz monocromática se propaga desde el aire al agua, e incide formando un ángulo de 30° con la normal a la superficie. El rayo refractado forma un ángulo de 128° con el reflejado.
- Determine el ángulo de refracción ayudándose de un esquema.
 - Determine la velocidad de propagación de la luz en el agua.
 - Si el rayo luminoso se dirigiera desde el agua hacia el aire, ¿a partir de qué ángulo de incidencia se produciría la reflexión total? Justifique sus respuestas.

Datos: $n_{\text{aire}} = 1$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

Solución:

- a) Un rayo de luz monocromática se propaga por el aire e incide formando un ángulo de incidencia θ sobre una lámina de vidrio de caras planas y paralelas. El rayo atraviesa la lámina, se propaga por el vidrio y sale nuevamente al aire.
- Dibuje un esquema de la trayectoria que sigue el rayo en el proceso descrito.



Por lo tanto, el esquema muestra la trayectoria del rayo incidente, refractado y emergente con los ángulos correspondientes.

- Analice su velocidad, longitud de onda y frecuencia a lo largo del camino citado.

Analizamos las magnitudes oscilatorias:

- * Velocidad de la onda:

$$v = \frac{c}{n},$$

donde:

- c es la velocidad de la luz en el vacío ($3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$).
- n es el índice de refracción del medio.

$$v_{\text{aire}} = \frac{c}{n_{\text{aire}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

$$v_{\text{vidrio}} = \frac{c}{n_{\text{vidrio}}} \quad (\text{donde } n_{\text{vidrio}} > 1).$$

* Longitud de Onda:

$$\lambda = \frac{v}{f},$$

donde f es la frecuencia de la luz. Dado que la frecuencia de la luz no cambia al pasar de un medio a otro ($f_{\text{aire}} = f_{\text{vidrio}}$), la longitud de onda se reduce en el vidrio:

$$\lambda_{\text{vidrio}} = \frac{v_{\text{vidrio}}}{f} < \lambda_{\text{aire}} = \frac{v_{\text{aire}}}{f}.$$

* Frecuencia:

$$f = \frac{c}{\lambda_{\text{aire}}} = \frac{v_{\text{vidrio}}}{\lambda_{\text{vidrio}}}.$$

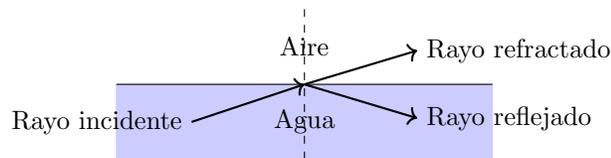
La frecuencia permanece constante a lo largo de todo el recorrido del rayo.

Por lo tanto, al atravesar la lámina de vidrio, la velocidad de la luz disminuye, la longitud de onda se reduce, y la frecuencia permanece constante.

b) Un rayo de luz monocromática se propaga desde el aire al agua, e incide formando un ángulo de 30° con la normal a la superficie. El rayo refractado forma un ángulo de 128° con el reflejado.

i. Determine el ángulo de refracción ayudándose de un esquema.

El esquema pedido es:



Vemos en el esquema que $\theta_{\text{refl}} + 128^\circ + \theta_{\text{refl}} = 180^\circ$, por lo que $\theta_{\text{refl}} = 22^\circ$.

Por lo tanto, el ángulo de refracción es 22° .

ii. Determine la velocidad de propagación de la luz en el agua.

Aplicando la Ley de Snell:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad \Rightarrow \quad 1 \cdot \sin 30^\circ = n_{\text{agua}} \cdot \sin 22^\circ \quad \Rightarrow \quad n_{\text{agua}} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 22^\circ} = 1,33.$$

Sabemos que el índice de refracción (n) está relacionado con la velocidad de la luz en el medio (v) mediante:

$$n = \frac{c}{v}.$$

Por lo tanto, la velocidad de la luz en el agua es:

$$v = \frac{c}{n_{\text{agua}}}.$$

Dado que

$$n_{\text{agua}} = 1,33 \quad \Rightarrow \quad v = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,33} = 2,26 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

Por lo tanto, la velocidad de propagación de la luz en el agua es $2,26 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

- iii. Si el rayo luminoso se dirigiera desde el agua hacia el aire, ¿a partir de qué ángulo de incidencia se produciría la reflexión total? Justifique sus respuestas.

Aplicamos de nuevo la Ley de Snell:

$$n_{\text{agua}} \cdot \sin \theta_{\text{lim}} = n_{\text{aire}} \cdot \sin \theta_2 \quad \Rightarrow \quad \theta_{\text{lim}} = \arcsin \left(\frac{\sin 90^\circ}{1,33} \right) = 48,75^\circ.$$

Por lo tanto, el ángulo límite es $48,75^\circ$.

Pregunta C. Opción 2. Óptica

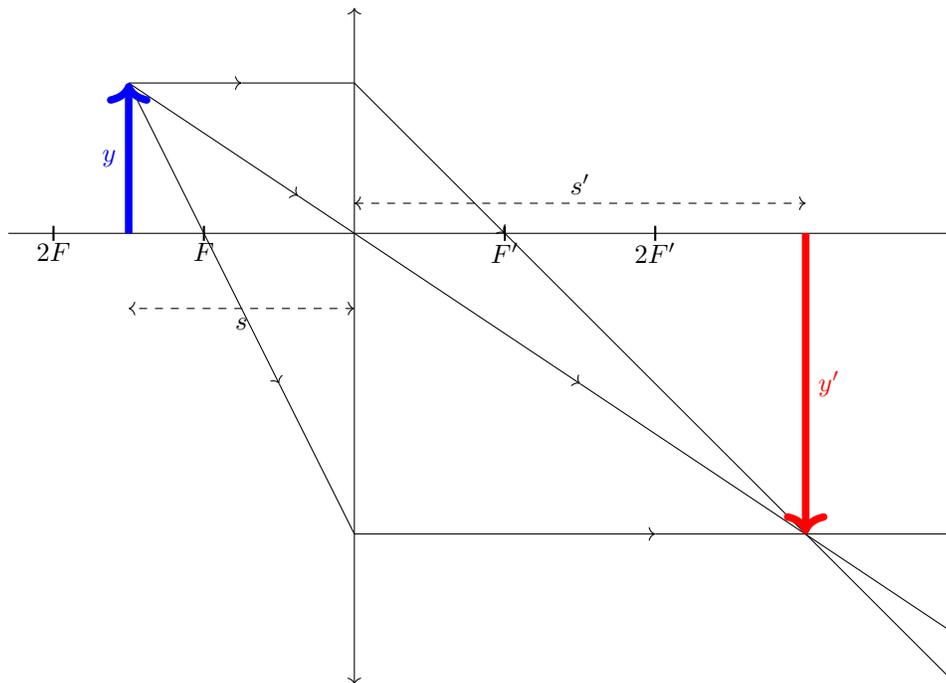
- Realice y explique el trazado de rayos para un objeto situado entre el foco objeto y el doble de la distancia focal de una lente convergente. Determine, justificadamente, las características de la imagen.
- Una lente delgada convergente de distancia focal 20 cm, forma una imagen situada a una distancia de 40 cm a su izquierda y 30 cm de altura. Calcule la posición y el tamaño del objeto, indicando el criterio de signos aplicado. Realice razonadamente el trazado de rayos y justifique la naturaleza de la imagen.

Solución:

- Realice y explique el trazado de rayos para un objeto situado entre el foco objeto y el doble de la distancia focal de una lente convergente. Determine, justificadamente, las características de la imagen.

Para un objeto colocado entre el foco F y el doble de la distancia focal $2f$ de una lente convergente, se siguen tres rayos principales para determinar la posición y características de la imagen:

- Rayo Paralelo:* Este rayo parte del objeto paralelo al eje óptico. Al atravesar la lente, se refracta pasando por el foco F' en el lado opuesto.
- Rayo a Través del Centro Óptico:* Este rayo pasa directamente por el centro óptico de la lente y no sufre desviación significativa.
- Rayo a Través del Foco:* Este rayo pasa por el foco F en el lado del objeto antes de llegar a la lente. Al atravesarla, se refracta y se mueve paralelo al eje óptico.



Por lo tanto, la imagen es real porque los rayos convergen en un punto, invertida porque se forma al otro lado de la lente, de mayor tamaño y se forma más allá del doble de la distancia focal en el lado opuesto de la lente.

- Una lente delgada convergente de distancia focal 20 cm, forma una imagen situada a una distancia de 40 cm a su izquierda y 30 cm de altura. Calcule la posición y el tamaño

del objeto, indicando el criterio de signos aplicado. Realice razonadamente el trazado de rayos y justifique la naturaleza de la imagen.

Tenemos que:

- Distancia focal de la lente: $0 < f' = 20$ cm, por lo que la lente es convergente
- Distancia de la imagen: $s' = -40$ cm (negativa, ya que está a la izquierda de la lente).
- Altura de la imagen: $y' = 30$ cm.

Utilizamos la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}$$

Sustituyendo los valores conocidos:

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{-0,4} - \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{s} = -\frac{1}{0,4} - \frac{1}{20} = -7,5 \Rightarrow s = -13,33 \text{ cm.}$$

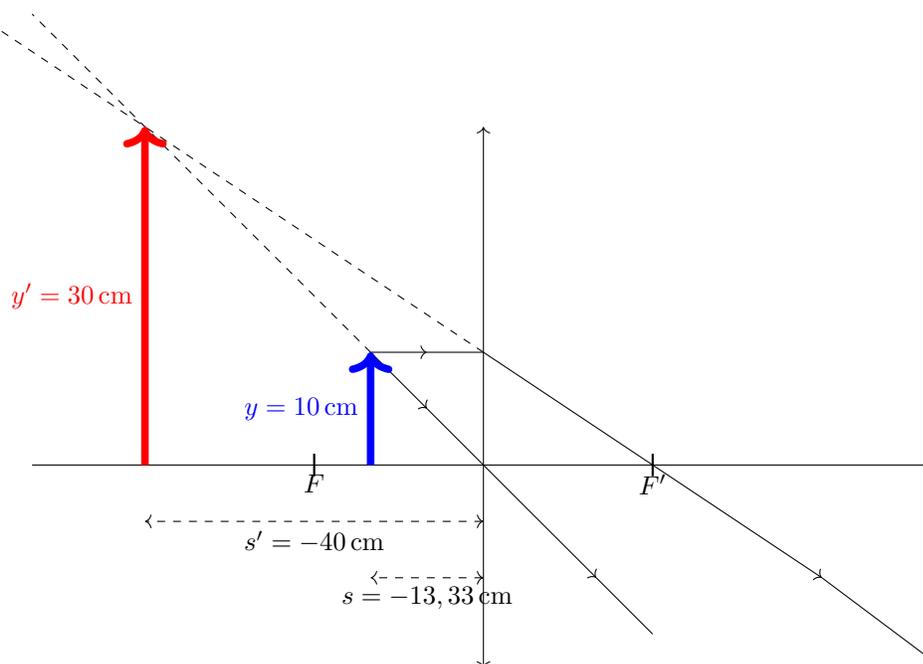
Utilizamos la relación de aumento lateral:

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Sustituyendo los valores conocidos:

$$\frac{30}{y} = \frac{-40}{-13,33} \Rightarrow y = 10 \text{ cm.}$$

El trazado de rayos es como sigue:



Por lo tanto, el objeto se encuentra a 13,33 cm a la izquierda de la lente, el tamaño del objeto es de 10 cm y la imagen es virtual, derecha, de tamaño mayor y situada a 40 cm de la lente en el lado izquierdo de la lente.

Pregunta D. Opción 1. Física Moderna

- a) Dos partículas distintas 1 y 2 tienen la misma longitud de onda de De Broglie. Si $m_1 = 2m_2$, calcule razonadamente:
- la relación entre sus velocidades.
 - la relación entre sus energías cinéticas.
- b) Un coche de 2000 kg de masa y un átomo de helio (${}^4_2\text{He}$) se mueven a 20 m s^{-1} .
- Calcule la longitud de onda de De Broglie del coche y del átomo de helio.
 - Si un instrumento de laboratorio sólo puede medir longitudes de onda mayores a $5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$, comente razonadamente si es posible medir la longitud de onda de De Broglie del coche y del átomo de helio.

Datos: $m({}^4_2\text{He}) = 4,002603 \text{ u}$; $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$

Solución:

- a) Dos partículas distintas 1 y 2 tienen la misma longitud de onda de De Broglie. Si $m_1 = 2m_2$, calcule razonadamente:
- la relación entre sus velocidades.

Según la fórmula de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{mv},$$

donde:

- * λ es la longitud de onda,
- * h es la constante de Planck,
- * m es la masa de la partícula,
- * v es la velocidad de la partícula.

Dado que ambas partículas tienen la misma longitud de onda ($\lambda_1 = \lambda_2$), podemos escribir:

$$\frac{h}{m_1 v_1} = \frac{h}{m_2 v_2}.$$

Simplificando:

$$\frac{1}{m_1 v_1} = \frac{1}{m_2 v_2} \Rightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2.$$

Dado que $m_1 = 2m_2$:

$$2m_2 v_1 = m_2 v_2 \Rightarrow v_2 = 2v_1.$$

Por lo tanto, la velocidad de la partícula 1 es la mitad de la velocidad de la partícula 2 ($v_1 = \frac{v_2}{2}$).

- la relación entre sus energías cinéticas.

La energía cinética (E_c) se calcula mediante:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2.$$

Para las dos partículas:

$$E_{c,1} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2, \quad E_{c,2} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2.$$

Ya sabemos que $m_1 = 2m_2$ y $v_2 = 2v_1$, sustituyendo:

$$E_{c,1} = \frac{1}{2} \cdot 2m_2 \cdot v_1^2 = m_2 v_1^2, \quad E_{c,2} = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot (2v_1)^2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot 4v_1^2 = 2m_2 v_1^2.$$

Entonces,

$$\frac{E_{c,1}}{E_{c,2}} = \frac{m_2 v_1^2}{2m_2 v_1^2} = \frac{1}{2}.$$

Por lo tanto, la energía cinética de la partícula 1 es la mitad de la energía cinética de la partícula 2 ($E_{c,1} = \frac{E_{c,2}}{2}$).

- b) Un coche de 2000 kg de masa y un átomo de helio (${}^4_2\text{He}$) se mueven a 20 m s^{-1} .
i. Calcule la longitud de onda de De Broglie del coche y del átomo de helio.

La longitud de onda de De Broglie se calcula mediante:

$$\lambda = \frac{h}{mv}.$$

Para el coche:

- * Masa del coche: $m_{\text{coche}} = 2000 \text{ kg}$.
- * Velocidad: $v_{\text{coche}} = 20 \text{ m/s}$.
- * Longitud de onda:

$$\lambda_{\text{coche}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{2000 \text{ kg} \cdot 20 \text{ m/s}} = 1,66 \cdot 10^{-38} \text{ m}.$$

Para el átomo de helio:

- * Masa del átomo de helio: $m_{{}^4_2\text{He}} = 4,002603 \text{ u}$. Convertimos la masa a kg:

$$m_{{}^4_2\text{He}} = 4,002603 \text{ u} \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg/u} = 6,643 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

- * Velocidad: $v_{{}^4_2\text{He}} = 20 \text{ m/s}$.
- * Longitud de onda:

$$\lambda_{{}^4_2\text{He}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{6,643 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 20 \text{ m/s}} = 4,99 \cdot 10^{-9} \text{ m}.$$

Por lo tanto, la longitud de onda de De Broglie del coche es aproximadamente $1,66 \cdot 10^{-38} \text{ m}$ y la del átomo de helio es aproximadamente $4,99 \cdot 10^{-9} \text{ m}$.

- ii. Si un instrumento de laboratorio sólo puede medir longitudes de onda mayores a $5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$, comente razonadamente si es posible medir la longitud de onda de De Broglie del coche y del átomo de helio.

Comparación con el límite del instrumento:

- * Coche:

$$\lambda_{\text{coche}} = 1,66 \cdot 10^{-38} \text{ m} < 5 \cdot 10^{-11} \text{ m}.$$

- * Átomo de helio:

$$\lambda_{{}^4_2\text{He}} = 4,99 \cdot 10^{-9} \text{ m} > 5 \cdot 10^{-11} \text{ m}.$$

Observamos que:

- * Coche: La longitud de onda de De Broglie del coche es mucho menor que el límite de detección del instrumento ($1,66 \cdot 10^{-38} \text{ m} < 5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$). Por lo tanto, **no es posible medir** la longitud de onda del coche con dicho instrumento.
- * Átomo de helio: La longitud de onda de De Broglie del átomo de helio es mayor que el límite de detección del instrumento ($4,99 \cdot 10^{-9} \text{ m} > 5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$). Por lo tanto, **es posible medir** la longitud de onda del átomo de helio con dicho instrumento.

Por lo tanto, sólo es posible medir la longitud de onda de De Broglie del átomo de helio, mientras que la del coche está por debajo del límite de detección del instrumento.

Pregunta D. Opción 2. Física Moderna

a) Razone cuáles de los siguientes productos podrían ser el resultado de la fisión de ${}_{92}^{235}\text{U}$ tras absorber un neutrón:

- i. ${}_{82}^{209}\text{Pb} + 5\alpha + 2p + 5n$
- ii. ${}_{38}^{90}\text{Sr} + {}_{54}^{140}\text{Xe} + 6n$

b) Considere la siguiente reacción nuclear de fusión:



- i. Determine de manera razonada el número másico y el número atómico del núcleo de Litio.
- ii. Calcule la energía liberada en la reacción por cada núcleo de Litio.

Datos: $m({}_1^1\text{H}) = 1,007825 \text{ u}$; $m({}_2^4\text{He}) = 4,002603 \text{ u}$; $m({}_3^7\text{Li}) = 7,016003 \text{ u}$; $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$;
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

Solución:

a) Razone cuáles de los siguientes productos podrían ser el resultado de la fisión de ${}_{92}^{235}\text{U}$ tras absorber un neutrón:

- i. ${}_{82}^{209}\text{Pb} + 5\alpha + 2p + 5n$

Para determinar si esta reacción es posible, debemos verificar la conservación del número másico (A) y del número atómico (Z).

Conservación del número másico (A):

$$235 + 1 = 209 + 5 \cdot 4 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot 1 \Rightarrow 236 = 236.$$

Conservación del número atómico (Z):

$$92 + 0 = 82 + 5 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot 0 \Rightarrow 92 = 94.$$

Como el número atómico no se conserva ($92 \neq 94$), la reacción no es posible.

Por lo tanto, la reacción propuesta en el inciso (i) no es posible.

- ii. ${}_{38}^{90}\text{Sr} + {}_{54}^{140}\text{Xe} + 6n$

Verificamos la conservación del número másico (A) y del número atómico (Z).

Conservación del número másico (A):

$$235 + 1 = 90 + 140 + 6 \cdot 1 \Rightarrow 236 = 236.$$

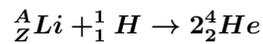
Conservación del número atómico (Z):

$$92 + 0 = 38 + 54 + 6 \cdot 0 \Rightarrow 92 = 92.$$

Como tanto el número másico como el número atómico se conservan, la reacción es posible.

Por lo tanto, la reacción propuesta en el inciso (ii) es posible.

b) Considere la siguiente reacción nuclear de fusión:



i. Determine de manera razonada el número másico y el número atómico del núcleo de Litio.

Aplicamos la conservación del número másico (A) y del número atómico (Z) en la reacción de fusión:

Conservación del número másico (A):

$$A + 1 = 2 \cdot 4 \Rightarrow A + 1 = 8 \Rightarrow A = 7.$$

Conservación del número atómico (Z):

$$Z + 1 = 2 \cdot 2 \Rightarrow Z + 1 = 4 \Rightarrow Z = 3.$$

Por lo tanto, el núcleo de Litio es ${}^7_3\text{Li}$.

ii. Calcule la energía liberada en la reacción por cada núcleo de Litio.

Calculamos la diferencia de masas (Δm) y luego la energía liberada utilizando la ecuación de Einstein $E = \Delta m \cdot c^2$.

Diferencia de masas (Δm):

$$\Delta m = m({}^7_3\text{Li}) + m({}^1_1\text{H}) - 2 \cdot m({}^4_2\text{He}) = 7.016003 u + 1.007825 u - 2 \cdot 4.002603 u = 0.018622 u.$$

Conversión de masa a energía:

$$E = \Delta m \cdot c^2 = 0.018622 u \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg/u} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 2.781 \cdot 10^{-12} \text{ J} \quad \text{por núcleo de Litio.}$$

Por lo tanto, la energía liberada en la reacción es $2.78 \cdot 10^{-12} \text{ J}$ por cada núcleo de Litio.